Sujets école CIMPA

Nicolas Bédaride

Règles

- Concours réservé aux doctorants.
- Groupes de 4. Soit 7 groupes. 14 sujets présentés.
- Passage le jeudi 18 novembre après midi.
- Temps maximal 20 minutes. Format libre.
- Récompense pour le meilleur par ICTP.

1 Dynamique

1.1 N. Bédaride/ Théorème de Sharkovski

Une fonction continue d'un intervalle à valeurs dans lui même. Si la fonction admet un point périodique de période n alors il admet un point de période m pour tout m supérieur pour un ordre précis.

Document pdf à lire et expliquer.

1.2 Th. Monteil: Preuve de la récurrence de Poincaré

Preuve plus compléments.

1.3 N. Bédaride: Perron Frobenius

Pour toute matrice irréductible à coefficients positifs, le rayon spectral est une valeur propre simple.

Document pdf à lire et expliquer. Exemple.

1.4 Th. Monteil: Théorème de Morse-Hedlund

Lien exact entre mot sturmien et translation du tore $\mathbb{T}^1$

2 Sage

2.1 Th. Monteil: Loi de Benford

Fréquence de 1 dans des nombres relevés dans la vie courante. On ne trouve pas 1/10. On pourra s'intéresser au cas de 2^n en base 10.

2.2 N. Bédaride: Billard dans le cube

Utiliser sage pour tracer la fonction de complexité globale, avec un cube codé par 3 lettres.

3 Dynamique des populations

3 sujets proposés par A. Moussaoui

3.1 Effect of Non-Pharmaceutical Interventions (NPIs) on the spread of the COVID-19

In this work, we study an epidemic model that describes the spread of the COVID epidemic. We study the effects of non-pharmaceutical interventions such as confinement measures and wearing a face mask on the spread of the epidemic.

Effet des interventions non pharmaceutiques (NPI) sur la propagation du COVID-19 Dans ce travail, nous étudions un modèle épidémique qui décrit la propagation de l'épidémie de COVID. Nous étudions les effets des interventions non-pharmaceutiques telles que les mesures de confinement et le port d'un masque facial sur la propagation de l'épidémie.

3.2 On the epidemic peak in an S-I-R model

We study the asymptotic behavior, when the size N of the population is large, of the time T that an epidemic modeled by a differential system of type S-I-R takes to reach its peak.

Sur le pic épidémique dans un modèle S-E-I-R On étudie le comportement asymptotique, lorsque la taille N de la population est grande, du temps T que met une épidémie modélisée par un système différentiel de type S-E-I-R pour atteindre son pic.

3.3 Study of an interspecific competition model

Two different animal populations exploit the same resource. Individuals from both populations are in competition.

Etude d'un modèle de compétition interspécifique Deux populations animales différentes exploitant la même ressource. Les individus des deux populations sont en compétition.

4 Pavages

4.1 E. Remila sujet 1

Si on a un polygone pavé par des losanges de deux façons. On sait que l'on peut passer d'un pavage à un autre par une suite de transformations locales appelées flips. Dans ce papier on donne une caractérisation des pavages du plan accessibles par flips.

https://lipn.univ-paris13.fr/ fernique/info/fpsac.pdf

4.2 E. Remila: sujet 2

Distance par flips entre pavages par losanges d'un domaine domaine. On se basera sur le papier:

https://arxiv.org/pdf/0911.2804.pdf

5 EDP

M. Tournus, cf document

Project : Growth-fragmentation equations

Consider the growth-fragmentation equation

$$\begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial t}u(t,x) + \dfrac{\partial}{\partial x}\left(xu(t,x)\right) = -xu(t,x) + 2\displaystyle\int_x^\infty u(t,y)dy, \\ u(0,x) = u_0(x). \end{cases} \tag{1}$$

- Write a numerical scheme to approximate the solution u to (1).
- Implementing the scheme (use Matlab or Python), provide the plot of $x \to u(t,x)$ for $t = 1, 2, 3, 5$ and 10,

  i) for

  $$u_0(x) = \begin{cases} x, & 0 \le x < \frac{1}{2}, \\ 1-x, & \frac{1}{2} \le x < 1, \\ 0, & x \ge 1. \end{cases}$$

  ii) for

  $$u_0(x) = \begin{cases} \cos(x), & 0 \le x < \frac{\pi}{2}, \\ 0, & x \ge \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

- Identify numerically the real number λ such that there exsits a function $N \in L^1(\mathbb{R}^+, dx)$ satisfying for any $u_0 \in L^1(\mathbb{R}^+, dx) \cap L^1(\mathbb{R}^+, xdx)$

  $$\|e^{-\lambda t}u(t,.) - N(.)\|_{L^1(\mathbb{R}^+, xdx)} \underset{t\to\infty}{\to} 0,$$

  where u is the soution to (1).

6 Cantor systems

6.1 M. Hosseini: Sujet 1

Constructing a Bratteli-Vershik model for a Toeplitz system. Paper of Gjedre and Johanson to read.

6.2 M. Hosseini: sujet 2

Every primitive substitution dynamical system is conjugate to a proper primitive substitution system. This is a part of the paper of Fabien, Host and Skau.

7 Répartition des sujets

- Groupe 1:
- Groupe 2
- Groupe 3:
- Groupe 4
- Groupe 5
- Groupe 6
- Groupe 7